

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

(1) $\triangle ABC$ において、 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。このとき、

$AB + BC + AC = 10$, $AB + BD = 3$ とすれば、 $AC = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} AB$ である。

(2) 6^{50} は 桁の整数である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(3) 空間のベクトル $\vec{p} = (3, 0, 7)$ を、3つのベクトル $\vec{a} = (2, -2, 5)$, $\vec{b} = (-3, 2, -3)$,

$\vec{c} = (5, -1, 1)$ と適当な実数 s, t, u を用いて、 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ の形で表すと、 $s = \text{オ}$,

$t = \text{カ}$, $u = \text{キ}$ である。

必答問題

2. 正の整数 n を 9 で割った余りを $r(n)$ とおく。

正の整数の組 (a, b) は条件 $0 < a - r(a) < \frac{7}{6}r(b)$, $0 < b - r(b) < \frac{7}{6}r(ab)$ を満たすとする。

(1) $a - r(a) = \boxed{\text{ク}}$ である。

(2) $r(b) = \boxed{\text{ケ}}$ である。

(3) $a = \boxed{\text{コサ}}$, $b = \boxed{\text{シス}}$ となる。

(次の頁に問題が続きます)

必答問題

3. $\sin\alpha + \sin\beta = \frac{5}{4}$, $\sin\alpha \sin\beta = \frac{3}{8}$ のとき, $\sin(\alpha + \beta)$ を求めたい。ただし, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $90^\circ < \beta < 180^\circ$ とする。

(1) 与えられた式から, $\sin\alpha, \sin\beta$ は $t^2 - \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}t + \frac{\text{タ}}{\text{チ}} = 0$ の2つの解である。

これを解くと $t = \frac{\text{ツ}}{4}$, $\frac{\text{テ}}{2}$ となる。

(2) $\sin\alpha = \frac{\text{ツ}}{4}$, $\sin\beta = \frac{\text{テ}}{2}$ のとき,

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{\text{ト}}}{\text{ナ}}, \quad \cos\beta = -\frac{\sqrt{\text{ニ}}}{\text{ヌ}}$$

である。

(3) 前問(2)のとき, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{-\text{ネ}\sqrt{\text{ノ}} + \sqrt{\text{ハ}}}{\text{ヒ}}$ となる。

必答問題

4. 1 から N までの N 個の数字を並び替える。

(1) $N = 3$ のときにできる 3 桁の数において、左の数字を L 、中央の数字を C 、右の数字を R とする。このとき、 $L - C = R$ を満たす 3 桁の数は 通りである。

(2) 同様に、 $N = 5$ のときにできる 5 桁の数において、中央の数字を C 、その左隣の数字を L 、右隣の数字を R とする。このとき、 $L - C = R$ を満たす 5 桁の数は 通りである。

(3) 上の(1), (2)も含め、 N が奇数 ($3 \leq N \leq 9$) のときにできる N 桁の数において、中央の数字を C 、その左隣の数字を L 、右隣の数字を R とする。このとき、 $L - C = R$ を満たす N 桁の数は、 $\frac{1}{\text{マ}}$ $(N - 3)! 通りである。$

(以 上)

(計 算 用 紙)